مسئله تامین و توزیع (SCND)

- نماد و علایم ریاضی

مجموعه و اندیس	
$s \in S$	مجموعه تأمین‌کنندگان (اندیس‌گذاری با s)
$d \in D$	مجموعه مکان‌های بالقوه برای احداث مراکز توزیع (اندیس‌گذاری با d)
$c \in C$	مجموعه مشتریان/بازارهای متقاضی محصول (اندیس‌گذاری با c)
پارامترها/داده‌های مساله	
A_s	هزینه ثابت تامین محصول از تأمین‌کننده s (شامل انعقاد قرارداد، سفارش‌دهی و ...) {واحد: دلار در ماه}
f_d	هزینه ثابت استقرار مرکز توزیع/فروش در مکان d {واحد: دلار در ماه}
b_s	هزینه واحد خرید محصول از تأمین کننده s {واحد: دلار}
$tr_{s,d}^{S\to D}$	هزینه واحد حمل‌ونقل از تامین‌کننده s به مرکز توزیع/فروش در مکان d {واحد: دلار در ماه}
$tr_{d,c}^{D\to C}$	هزینه واحد حمل‌ونقل از مرکز توزیع/فروش در مکان d به بازار یا مشتری c {واحد: دلار در ماه}
p	قیمت/ارزش واحد فروش محصول {واحد: دلار}
dem_c	تقاضای ماهانه در بازار c
cap_s^S	ظرفیت تامین ماهانه از تامین‌کننده s
cap_d^D	ظرفیت/گنجایش مراکز توزیع d
متغیرها/خروجی‌های مساله	
y_s	اگر تأمین‌کننده s انتخاب شود برابر با ۱؛ در غیر این صورت ۰ است.
x_d	اگر در مکان d یک مرکز توزیع راه اندازی شود برابر با ۱؛ در غیر این صورت ۰ است.
u_s	مقدار تامین/خرید محصول از تامین‌کننده s
$Q_{s,d}^{S\to D}$	جریان محصول از تامین‌کننده s به توزیع/فروش در مکان d
$Q_{d,c}^{D\to C}$	مقدار جریان محصول از مراکز توزیع بالقوه در مکان d به بازار c

- **تابع هدف**

$$\max Z = p\sum_{d\in D}\sum_{c\in C} Q_{d,c}^{D\to c} - \left(\left[\sum_{s\in S} A_s . y_s + \sum_{d\in D} f_d . x_d\right] + \left[\sum_{s\in S} b_s u_s\right] + \left[\sum_{s\in S}\sum_{d\in D} tr_{s,d}^{S\to D} Q_{s,d}^{S\to D} + \sum_{d\in D}\sum_{c\in C} tr_{d,c}^{D\to C} . Q_{d,c}^{D\to c}\right]\right) \quad (۱)$$

- **قیود**

$$u_s \leq cap_s^S . y_s \; ; \; \forall \; s \in S \qquad (۲)$$

$$\sum_{s \in S} Q_{s,d}^{S \to D} \leq cap_d^D . x_d \; ; \; \forall \; d \in D \qquad (۳)$$

$$u_s = \sum_{d \in D} Q_{s,d}^{S \to D} \; ; \; \forall \; s \in S \qquad (۴)$$

$$\sum_{s \in S} Q_{s,d}^{S \to D} = \sum_{c \in C} Q_{d,c}^{D \to C} \; ; \; \forall \; d \in D \qquad (۵)$$

$$\sum_{d \in D} Q_{d,c}^{D \to C} \leq dem_c \; \; \forall \; c \in C \qquad (۶)$$

$$\begin{cases} x_d, y_s \in \{0,1\} \\ Q_{s,d}^{S \to D} , Q_{d,c}^{D \to c}, u_s \geq 0 \end{cases} \qquad (۷)$$

مسئله قیمت‌گذاری و مدیریت درآمد (Pricing)

- نماد و علایم ریاضی

مجموعه و اندیس	
$s \in S$	مجموعه تأمین‌کنندگان (اندیس‌گذاری با s)
$d \in D$	مجموعه مکان‌های بالقوه برای احداث مراکز توزیع (اندیس‌گذاری با d)
$c \in C$	مجموعه مشتریان/بازارهای متقاضی محصول (اندیس‌گذاری با c)
پارامترها/داده‌های مساله	
A_s	هزینه ثابت تامین محصول از تأمین‌کننده s (شامل انعقاد قرارداد، سفارش‌دهی و ...) {واحد: دلار در ماه}
f_d	هزینه ثابت استقرار مرکز توزیع/فروش در مکان d {واحد: دلار در ماه}
b_s	هزینه واحد خرید محصول از تأمین کننده s {واحد: دلار}
$tr_{s,d}^{S\to D}$	هزینه واحد حمل‌ونقل از تامین‌کننده s به مرکز توزیع/فروش در مکان d {واحد: دلار در ماه}
$tr_{d,c}^{D\to C}$	هزینه واحد حمل‌ونقل از مرکز توزیع/فروش در مکان d به بازار یا مشتری c {واحد: دلار در ماه}
dem_c	تقاضای پایه ماهانه در بازار c
β	کشش قیمتی تقاضا
cap_s^S	ظرفیت تامین ماهانه از تامین‌کننده s
cap_d^D	ظرفیت/گنجایش مراکز توزیع d
$\Phi(.)$	تابع وابستگی تقاضا به قیمت پایه و کشش قیمتی
P^U	حداکثر قیمت مجاز
متغیرها/خروجی‌های مساله	
y_s	اگر تأمین‌کننده s انتخاب شود برابر با ۱؛ در غیر این صورت ۰ است.
x_d	اگر در مکان d یک مرکز توزیع راه اندازی شود برابر با ۱؛ در غیر این صورت ۰ است.
u_s	مقدار تامین/خرید محصول از تامین‌کننده s
$Q_{s,d}^{S\to D}$	جریان محصول از تامین‌کننده s به توزیع/فروش در مکان d
$Q_{d,c}^{D\to C}$	مقدار جریان محصول از مراکز توزیع بالقوه در مکان d به بازار c
p	قیمت/ارزش واحد فروش محصول

- **تابع هدف**

$$\max Z = p \sum_{d\in D}\sum_{c\in C} Q_{d,c}^{D\to c} - \left(\left[\sum_{s\in S} A_s . y_s + \sum_{d\in D} f_d . x_d\right] + \left[\sum_{s\in S} b_s u_s\right] + \left[\sum_{s\in S}\sum_{d\in D} tr_{s,d}^{S\to D} Q_{s,d}^{S\to D} + \sum_{d\in D}\sum_{c\in C} tr_{d,c}^{D\to C} . Q_{d,c}^{D\to c}\right]\right) \quad (۸)$$

- **قیود**

$$u_s \le cap_s^S . y_s \; ; \; \forall s \in S \quad (۹)$$

$$\sum_{s\in S} Q_{s,d}^{S\to D} \le cap_d^D . x_d \; ; \; \forall d \in D \quad (۱۰)$$

$$u_s = \sum Q_{s,d}^{S\to D} \; ; \; \forall s \in S \quad (۱۱)$$

- قیود

$$u_s \leq cap_s^S . y_s \; ; \; \forall \; s \in S \qquad (۹)$$

$$\sum_{s \in S} Q_{s,d}^{S \to D} \leq cap_d^D . x_d \; ; \; \forall \; d \in D \qquad (۱۰)$$

$$u_s = \sum_{d \in D} Q_{s,d}^{S \to D} \; ; \; \forall \; s \in S \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{s \in S} Q_{s,d}^{S \to D} = \sum_{c \in C} Q_{d,c}^{D \to C} \; ; \; \forall \; d \in D \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{d \in D} Q_{d,c}^{D \to C} \leq \Phi(dem_c, \beta, p) \; \forall \; c \in C \qquad (۱۳)$$

$$\begin{cases} x_d, y_s \in \{0,1\} \\ Q_{s,d}^{S \to D}, Q_{d,c}^{D \to c}, u_s \geq 0 \\ p \leq P^U \end{cases} \qquad (۱۴)$$

$q = dem_c e^{-\beta p}$

$(q = dem_c - \beta p)$ linear

مسئله مدیریت تولید(سفارش‌دهی) و موجودی دوره‌ای

- نماد و علایم ریاضی

مجموعه و اندیس	
$t \in T$	مجموعه دوره‌های زمانی
پارامترها/داده‌های مساله	
a	هزینه ثابت سفارش‌دهی دوره‌ای
c_t	هزینه واحد خرید در دوره t
h	هزینه واحد نگهداری دوره‌ای
b	هزینه واحد جبران کمبود (به صورت پس‌افت (back log به دوره بعد موکول می‌شود)
U	حداکثر مقدار سفارش دوره‌ای
cap	ظرفیت نگهداری
d_t	تقاضای دوره t
متغیرها/خروجی‌های مساله	
x_t	اگر در دوره t سفارش‌دهی انجام شود برابر با ۱؛ در غیر این صورت ۰ است.
Q_t	مقدار سفارش/تولید در دوره t
I_t	موجودی در دوره t
L_t	جریان محصول از تامین‌کننده s به توزیع/فروش در مکان d

- **تابع هدف**

$$\min Z = \sum_{t \in T} (ax_t + c_t Q_t + hI_t + bL_t) \quad (۱۵)$$

- **قیود**

$$Q_t \leq Ux_t;\ \forall\ t \in T \quad (۱۶)$$

$$Q_t + I_{t-1} = \left(d_t + \sum_{t'<t} L_{t'}\right) + I_t - L_t;\ \forall\ t \in T \quad (۱۷)$$

$$I_t \leq cap\ \forall\ t \in T \quad (۱۸)$$

$$L_{|T|} = 0 \quad (۱۹)$$

$$x_t \in \{0,1\}\ ;\ Q_t, I_t, L_t \geq 0 \quad (۲۰)$$

مسئله مسیریابی وسایل نقلیه (Vehicle Routing Problem)

- تابع هدف

$$\min Z = \sum_{i\in N}\sum_{j\in N} t_{ij}x_{ij} \quad (۲۱)$$

- قیود

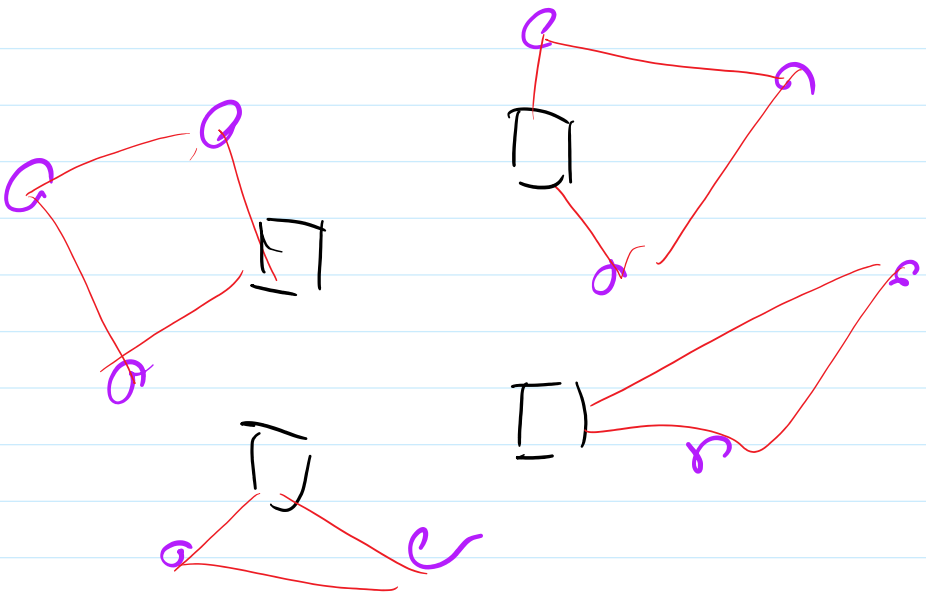
$$\sum_{i\in I} x_{ij} = 1 \; ; \; \forall \; j \in J \quad (۲۲)$$

$$\sum_{j\in J} x_{ij} = 1 \; ; \; \forall \; i \in I \quad (۲۳)$$

$$\sum_{i\in I} x_{in} = \sum_{j\in J} x_{nj} \; ; \; \forall \; n \in N \quad (۲۴)$$

$$u_i - u_j + x_{ij}(|N| - m) \le |N| - 1 \; \forall \; i,j \in N \quad (۲۵)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \; ; \; u_i \ge 0 \quad (۲۶)$$



مسئله مدیریت و زمانبندی پروژه (Project Scheduling)

- نماد و علایم ریاضی

مجموعه و اندیس	
$i \in I$	مجموعه کارها/فعالیت‌های پروژه
$P_i \subseteq I$	مجموعه فعالیت‌های پیش‌نیاز فعالیت i (از نوع اتمام –شروع یا FS با انتظار شروع مشخص)
$m \in M_i$	مجموعه مد/حالت انجام فعالیت i
$M = \bigcup_{i \in I} M_i$	مجموعه مد در انجام فعالیت‌های مختلف پروژه
$t \in T$	مجموعه دوره‌های زمانی انجام فعالیت‌های پروژه
پارامترها/داده‌های مساله	
d_{im}	مدت زمان (Duration) انجام فعالیت i با استفاده از مد اجرای i (بر حسب تعداد دوره زمانی)
c_{im}	هزینه (Cost) انجام فعالیت i با استفاده از مد اجرای i
q_{im}	کیفیت (Quality) انجام فعالیت i با استفاده از مد اجرای i
fs_{ijm}	انتظار مورد نیاز برای شروع فعالیت i در صورتی که فعالیت jپیش‌نیاز آن باشد و با نوع m انجام شده باشد.
$\|T\| = TM$	حداکثر زمان تکمیل پروژه
B	حداکثر هزینه (بودجه)
Q^{min}	حداقل کیفیت قابل قبول پروژه
w_i	فاکتور وزن یا اهمیت نسبی فعالیت i در کیفیت نهایی پروژه
متغیرها/خروجی‌های مساله	
x_{imt}	اگر فعالیت i با استفاده از مد i در دوره t شروع شود برابر با ۱؛ در غیر این صورت ۰ است.
Time	اگر در مکان d یک مرکز توزیع راه اندازی شود برابر با ۱؛ در غیر این صورت ۰ است.
Cost	مقدار تامین/خرید محصول از تامین‌کننده s
Quality	جریان محصول از تامین‌کننده s به توزیع/فروش در مکان d

- **توابع هدف**

$$\min \text{Time} = \max_{i \in I} \sum_{m \in M_i} \sum_{t \in T} (t + d_{im} - 1) x_{imt} \quad (۲۷)$$

$$\min \text{Cost} = \sum_{i \in I} \sum_{m \in M_i} \sum_{t \in M_i} c_{im} x_{imt} \quad (۲۸)$$

$$\max \text{Quality} = \sum_{i \in I} \sum_{m \in M_i} \sum_{t \in T} q_{im} x_{imt} \quad (۲۹)$$

- **قیود**

$$\sum_{t\in T}\sum_{m\in M_i} x_{imt} = 1\ ;\ \forall\ i \in I \qquad (۳۰)$$

$$\sum_{m\in M_i}\sum_{t\in M} t x_{imt} \geq \sum_{m\in M_j}\sum_{t\in M}(t + d_{mj} + fs_{ijm} - 1)x_{jmt}\ \ ;\ \forall\ i \in I, j \in P_i \qquad (۳۱)$$

$$\sum_{i\in I} w_i \sum_{m\in M_i}\sum_{t\in T} q_{im} x_{imt} \geq Q^{min} \qquad (۳۲)$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{m\in M_i}\sum_{t\in T} c_{im} x_{imt} \leq B \qquad (۳۳)$$

$$x_{imt} \in \{0,1\} \qquad (۳۴)$$